

# RESEAU DES DOYENS DES FACULTES DES SCIENCES

---

**Filière Licence d'Etudes Fondamentales  
Sciences Mathématiques et Applications  
SMA 2014**

**Adoptée par le réseau des doyens des Facultés des  
Sciences**

**à Marrakech, le 16 novembre 2013**

Décembre 2013

## ARCHITECTURE ET CONTENU DES MODULES DE LA FILIERE SMA : De S1 à S6

<b>S1 SMIA</b>	<b>M1</b> Analyse 1 : Suites Numériques et Fonctions	<b>M2</b> ALGEBRE 1: Généralités et Arithmétique dans Z	<b>M3</b> ALGEBRE 2: Structures, Polynômes et Fractions Rationnelles	<b>M4</b> Physique 1 : Mécanique 1	<b>M5</b> Physique 2 : Thermodynamique	<b>M6</b> Informatique 1 : Introduction à l'informatique	<b>M7</b>  LT I
<b>S2 SMIA</b>	<b>M8</b> Analyse 2: Intégration	<b>M9</b> Analyse 3 : Formule de Taylor, Développement Limité et Applications	<b>M10</b> ALGEBRE 3: Espaces Vectoriels, Matrices et Déterminants	<b>M11</b> Physique 3 : Electrostatique et Electrocinétique	<b>M12</b> Physique 4 : Optique 1	<b>M13</b> Informatique 2 : Algorithmique I	<b>M14</b>  LT II

<b>S3 SMA</b>	<b>M15</b> Analyse 4: Séries Numériques, Suites et Séries de Fonctions	<b>M16</b> Analyse 5: Fonctions de Plusieurs Variables	<b>M17</b> ALGEBRE 4: Réduction des Endomorphismes et Applications	<b>M18</b> Probabilités- Statistiques	<b>M19</b> Physique 5 : Electricité 2	<b>M20</b> Informatique 3 : Algorithmique et Programmation
<b>S4 SMA</b>	<b>M21</b> Analyse 6 : Calcul Intégral et Formes Différentielles	<b>M22</b> ALGEBRE 5: Dualité, Espaces Euclidiens, Espaces Hermitiens	<b>M23</b> ALGEBRE 6: Structures Algébriques	<b>M24</b> Analyse Numérique 1	<b>M25</b> Physique 6 : Mécanique du solide	<b>M26</b> Informatique 4 : Algorithmique et structures de données

<b>S5 SMA</b>	<b>M27</b> Topologie	<b>M28</b> Intégration	<b>M29</b> Calcul différentiel	<b>M30</b> Programmation Mathématique	<b>M31</b> Analyse numérique 2	<b>M32</b> Informatique 5 : Programmation orientée objet
<b>S6 SMA</b>	<b>M27</b> Module Majeur	<b>M28</b> Module Majeur	<b>M29</b> Module optionnel	<b>M30</b> Module optionnel	<b>M31</b> PT 1	<b>M32</b> PT 2

# PROGRAMMES DES MODULES :

## MODULES DE S1

### M1 : Analyse 1 : Suites Numériques et Fonctions

#### **Ch. I. Nombres réels** (2 Séances)

Majorant, Minorant, Borne supérieure et borne inférieure, caractérisation de  $\mathbb{R}$  par la propriété de la borne supérieure, Propriété d'Archimède, partie entière, densité dans un intervalle de  $\mathbb{R}$ , densité de  $\mathbb{Q}$  dans  $\mathbb{R}$ , approximation décimale d'un nombre réel.

#### **Ch. II. Suites numériques** (4 Séances)

Suites, convergence, opérations sur les limites suites, limites usuelles, limites séquentielles, Suites monotones, Suites adjacentes (erreur d'approximation de la limite), Critères de convergence, Suites extraites, Valeurs d'adhérence et Théorème de Bolzano Weierstrass ; suites de Cauchy ; Suites récurrentes.

#### **Ch. III. Fonctions réelles d'une variable réelle** (4 Séances)

Limite d'une fonction, caractérisation séquentielle des limites, Opérations algébriques sur les limites, Continuité, Théorème des valeurs intermédiaires, image d'un intervalle et d'un segment par une application continue; fonction monotone, Théorème de la limite monotone, Théorème de la bijection. Fonctions réciproques des fonctions circulaires et hyperboliques. Continuité uniforme, fonctions lipschitzienne, Théorème de Heine.

#### **Ch. IV. Fonctions dérivables** (3 Séances)

Définition de la dérivée (à gauche et à droite). Interprétation géométrique de la dérivée, Opérations sur les dérivées, dérivation de la fonction réciproque. Théorèmes de Rolle et des accroissements finis.

## **M2 : ALGEBRE 1: Généralités et Arithmétique dans Z**

### **Ch. I. Notions de logique et langage de base de la théorie des ensembles (3 Séances)**

Propositions. Connecteurs. Quantificateurs. Raisonnements logiques.  
Ensembles. Parties d'un ensemble. Opérations sur les ensembles.  
Recouvrement. Partition.

### **Ch. II. Relations binaires et Applications (4 séances)**

Relations binaires, Relations d'équivalences. Relations d'ordre. Bornes supérieurs. Bornes inférieurs. Fonctions. Applications. Composée. Images directes. Images réciproques. Injections. Surjection. Bijection. L'ensemble  $\mathbf{N}$ .

### **Ch. III. Arithmétique dans Z (6 séances)**

Divisibilité dans  $\mathbf{Z}$ . Division euclidienne. pgcd, ppcm. Numérotation. Algorithme d'Euclide. Théorème de Bézout, théorème de Gauss. Nombres premiers, décompositions en nombres premiers. Congruences. Anneau  $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$ . Le corps  $\mathbf{Z}/p\mathbf{Z}$ . Indicateur d'Euler

## **M3 : ALGEBRE 2: Structures, polynômes et fractions rationnelles**

### **Ch. I. Structures usuelles (4 Séances)**

Groupes. Exemple de groupes. Groupe symétrique. Groupe produit. Sous groupes. Homomorphismes de groupes. Anneaux, Sous anneaux, Idéaux, Homomorphismes d'anneaux, Corps, les corps  $\mathbf{R}$  et  $\mathbf{C}$

### **Ch. II. Polynômes (5 Séances)**

Notions de base sur les polynômes à une indéterminée: Définitions et structure. Degrés. Fonctions polynômiales. Racines d'un polynôme. Polynôme dérivé. Formule de Taylor.

Propriétés arithmétiques des polynômes à coefficients dans  $\mathbf{R}$  ou  $\mathbf{C}$ .  
Théorème d'Alembert- Gauss

### **Ch.III. Fractions rationnelles (4 séances)**

Fractions rationnelles. Décomposition en éléments simples dans  $\mathbf{R}(X)$  et dans  $\mathbf{C}(X)$

#### **M4 : Physique 1 : Mécanique 1 (cours:18, TD:18; TP: 10)**

- Rappels mathématiques (Opérations sur les vecteurs, Opérateurs différentiels.)
- Systèmes de coordonnées (Cartésiennes, cylindriques et sphériques)
- Cinématique du point matériel sans et avec changement de référentiel.
- Dynamique du point matériel.
- Travail, énergie, théorème de l'énergie cinétique.
- Les forces centrales : application à la mécanique céleste.
- Système de deux particules, les chocs.
- Les oscillateurs harmoniques.

#### **M5 : Physique 2 : Thermodynamique 1 (cours:18, TD:18; TP: 10)**

- Outils mathématiques pour la thermodynamique.
- Définitions et concepts de bases (travail et chaleurs, thermométrie et calorimétrie, changements d'état).
- 1<sup>er</sup> principe et applications.
- 2<sup>ème</sup> principe et applications.
- Introduction aux cycles thermodynamiques et machines thermiques.
- Potentiels thermodynamiques.

#### **M6 : Informatique 1 : Introduction à l'informatique**

- Histoire de l'informatique
- Structure des ordinateurs
- Langages de programmation
- Réseaux et Internet
- Le codage

<b>M7: Langue et Terminologie I</b>
Contenu en phase d'élaboration par la sous commission langue de la commission MT issue de la CPU

## MODULES DE S<sub>2</sub>

### **M8 : Analyse 2: Intégration**

#### **Ch. I. Intégrale de Riemann (3 séances)**

Subdivisions, Fonction en escalier, Intégrale d'une fonction en escalier, Intégrale au sens de Riemann, Formules de la moyenne.

#### **Ch. II. Calcul des primitives (4 séances)**

Théorèmes de calcul intégral. Intégration par parties. Changement de variables. Primitives des fonctions usuelles et des fractions rationnelles, trigonométriques, hyperboliques.

#### **Ch. III. Intégrale généralisée (3 séances)**

Définitions et exemples. Critères généraux de convergence.

#### **Ch. IV. Equations différentielles (3 séances)**

Equations différentielles du premier ordre : Equations linéaires du premier ordre. Exemples d'étude d'équations différentielles non linéaires du premier ordre. Equations différentielles linéaires du second ordre : Equations linéaires du second ordre à coefficients constants. Exemples d'équations à coefficients non constants.

## **M9 : Analyse 3 : Formules de Taylor, Développement Limité et Applications**

### **Ch. I. Formule de Taylor et applications (4 séances)**

Dérivées d'ordre supérieur. Formules de Taylor, Variation des fonctions et dérivation. Extremums relatifs, convexité.

### **Ch. II. Développement limité et applications (4 séances)**

Définitions et opérations sur les Développements limités. Notation de Landau. Comparaison locale des fonctions. Les équivalents. Applications (limites et étude asymptotique). Développements limités généralisés.

### **Ch. III. Courbes paramétrées et courbes polaires (5 séances)**

**Fonctions vectorielles à variable réelle. Limite, dérivée d'une fonction vectorielle. Constructions des courbes planes. Courbes définies en coordonnées polaires. Repère mobile Tangente en un point. Concavité et branches infinies, Construction des courbes polaires.**

## **M10 : ALGÈBRE 3: Espaces Vectoriels, Matrices et Déterminants**

### **Ch. I. Résolutions des systèmes linéaires par la méthode de Gauss (2 séances)**

Système linéaires. Opérations élémentaires. Méthode de Gauss pour la résolution des systèmes linéaires.

### **Ch. II. Espaces vectoriels (3 séances)**

Espaces vectoriels. Sous espaces vectoriels. Famille génératrice. Famille libre. Bases. Somme et somme directe de sous espaces. Applications linéaires: Définitions et notations. Image directe. Image réciproque. Noyau. Opérations sur les applications linéaires.

### **Ch. III. Espaces vectoriels de dimension finie (3 séances)**

Définition. Sous espace d'un espace vectoriel de dimension finie. Rang d'un système de vecteurs. Rang d'une application linéaire. Théorème du rang.

### **Ch. IV. Matrices (2 séances)**

Opérations sur les matrices. Algèbre des matrices carrées. Matrices inversibles. Matrice d'un système de vecteurs. Rang d'une matrice. Matrice d'une application linéaire. Changement de bases.

### **Ch. IV. Déterminant et applications (3 séances)**

Définition et Propriétés des déterminants. Application du déterminant au calcul du rang, à l'inversion d'une matrice et à la résolution des systèmes linéaires.

### **M11 : Physique 3 : Electrostatique et Electrocinétique (cours:18, TD:18; TP: 10)**

Partie 1 : Electrostatique

Chapitre I: Charges électriques -loi de Coulomb

Chapitre II : Champ électrostatique - potentiel électrostatique

Théorème de Gauss - Conducteurs électriques en équilibre – Phénomène d'influence-  
Etude des condensateurs - Energie électrostatique- Energie d'un conducteur- Energie  
de systèmes de conducteurs - Energie des condensateurs

Partie 2: Electrocinétique

Chapitre I: Courant électrique - densité de courant - conductivité, mobilité et  
résistivité d'un conducteur - loi d'Ohm microscopique - résistance électrique -Loi  
d'ohm - générateurs et récepteurs

Chapitre II: - Etude des réseaux électriques : loi de Pouillet - Lois de Kirchhoff-  
théorème de Thévenin - théorème de Norton - théorème de superposition -  
Transformation étoile triangle.

### **M12 : Physique 4 : Optique 1 (cours:18, TD:18; TP: 10)**

Notions fondamentales de l'optique géométrique (postulats, indice d'un milieu, rayon  
lumineux, espace objet, espace image, principe de Fermat, lois de Snell-Descartes,  
stigmatisme, approximation de Gauss).

- . Miroirs et Dioptrés (plans et sphériques, prisme).
- . Fibres optiques.
- . Systèmes centrés (éléments cardinaux, lentilles, ...).
- . Associations des systèmes centrés.
- . Etudes de quelques instruments d'optique (lunette astronomique, télescope, loupe,  
microscope...).

### **M13 : Informatique 2 : Algorithmique I**

Introduction a l'algorithmique

Instructions élémentaires

Structures de contrôle: conditionnelles, répétitives.

Les tableaux.

<b>M14: Langue et Terminologie I</b>
Contenu en phase d'élaboration par la sous commission langue de la commission MT issue de la CPU

## MODULES DE S<sub>3</sub>

### **M15 : Analyse 4: Séries Numériques, Suites et Séries de Fonctions**

#### **Ch. I. Séries numériques (3 séances)**

Définitions et convergence. Séries à termes positifs et comparaison. Règles de d'Alembert, de Cauchy. Séries de Riemann. Séries à terme quelconques. Séries absolument convergentes. Séries alternées, critère d'Abel.

#### **Ch. II. Suites et Séries de fonctions (4 séances)**

A- Suites de fonctions : Convergences simple et uniforme. Théorèmes de continuité, dérivabilité et intégrabilité.

B- Séries de fonctions : Convergence simple, uniforme et normale. Théorèmes de continuité, dérivabilité, et intégrabilité et convergence.

#### **Ch. III. Séries entières (3 séances)**

Rayon de convergence. Continuité et dérivabilité de la somme. Développement en série entière des fonctions classiques.

#### **Ch. IV. Série de Fourier (3 séances)**

Séries Trigonométriques. Développement en série de Fourier. Théorèmes de convergences (simple, quadratique, et normale). Théorème de Dirichlet et Egalité de Perceval. Inégalité de Bessel.

## **M16: Analyse 5: Fonctions de Plusieurs Variables**

### **Ch. I. Espaces vectoriels normés et topologie de (4 séances)**

Normes, Normes équivalentes. Suites. Ouverts, Fermés, Compacts, Connexité par arcs.

### **Ch. II. Limites et continuité (2 séances)**

Définitions et exemples. Continuité des applications linéaires, et normes subordonnées.

### **Ch. III. Différentiabilité (3 séances)**

Définitions et exemples. Dérivées partielles, matrice Jacobienne, inégalité des accroissements finis. Fonctions de classe  $C^k$  et théorème de Schwarz.

### **Ch. IV. Formule de Taylor et extremums (4 séances)**

Formule de Taylor à l'ordre 2. Matrice Hessienne, Extremums, Extremums liés. Théorème des fonctions implicites ( $n=2, 3$ ) et Théorème d'inversion locale

## **M17 : ALGEBRE 4: Réduction des Endomorphismes et Applications**

### **Ch. I. Polynômes d'endomorphismes (2 séances)**

Sous espaces stables Polynômes d'endomorphismes, lemme des noyaux, polynôme caractéristique, théorème de Cayley-Hamilton.

### **Ch. II. Diagonalisation, trigonalisation (3 séances)**

Endomorphismes et matrices diagonalisables. Endomorphismes et matrices trigonalisables.

### **Ch. III. Décomposition de Jordan (4 séances)**

Sous espaces caractéristiques. Réduction de Jordan pour les endomorphismes nilpotents. Réduction de Jordan pour les endomorphismes dont le polynôme caractéristique est scindé.

### **Ch. IV. Applications (4 séances)**

Calcul des puissances d'une matrice et son exponentielle. Applications à la résolution des systèmes d'équations différentiels et aux suites récurrentes

## **M18 : Probabilités-Statistiques**

### **Chap. 1 : Statistique descriptive (3 séances)**

Généralités : Population. Echantillon. Variables. Types de variables.

Séries statistiques à une dimension : Tableau des distributions des fréquences.

Représentations graphiques. Mesures de position. Mesures de dispersion. Mesures de Forme (Symétrie, asymétrie à droite, asymétrie à gauche).

### **Chap. 2 : Eléments de Probabilités (3 séances)**

Événements aléatoires. Dénombrement. Calcul des probabilités. Probabilité conditionnelle. Théorème de Bayes. Indépendance

### **Chap. 3 : Variables aléatoire et loi de Probabilité (4 séance)**

Variable aléatoire réelle discrète : Loi de probabilité. Fonction masse de probabilité. Fonction de répartition. Moyenne, variance et écart-type.

Variable aléatoire réelle continue : Loi de probabilité. Fonction densité de probabilité. Fonction de répartition. Moyenne, variance et écart-type.

Couples de variables aléatoires. Loi de probabilité conjointe. Loi de probabilité conditionnelle. Moyenne et variance conditionnelle. Indépendance de variables aléatoires.

### **Chap. 4 : Lois de probabilité classiques (3 séances)**

Lois discrètes: Loi Binomiale. Loi multinomiale. Loi géométrique. Loi binomiale négative. Loi hypergéométrique. Loi de Poisson

Lois Continues: Loi Uniforme. Loi exponentielle. Loi normale. Loi de Khi-deux. Loi de Student. Loi de Fisher. Loi Gamma.

### **M19 : Physique 5 : Electricité 2 (cours:18, TD:18; TP: 10)**

**Magnétostatique** : Champ d'induction, Propriétés de l'induction magnétiques, Loi de Laplace, Théorème d'Ampère, potentiel vecteur, loi de Biot et Savard, application (étude des symétries et calcul de l'induction magnétique, Effet Hall).

**Courant alternatif** : comportant des composants résistifs, capacitifs et inductifs-énergie des circuits.

**Equations de Maxwell dans le vide** : Induction magnétique, potentiels scalaire et vectoriel « en jauge de Lorentz ».

#### **Ondes électromagnétiques dans le vide**

Equations locales, Intégrales et relations de passage, énergie magnétique

### **M20 : Informatique3 : Programmation I**

Introduction

Types de base, variables, constantes

Opérateurs et expressions

Les entrées sorties en C

Les structures de contrôle

Les tableaux

Les pointeurs

## MODULES DE S4

### M21 : Analyse 6 : Calcul Intégral et Formes Différentielles

#### **Ch. I. Intégrales dépendants d'un paramètre (2 séances)**

Théorème de convergence dominée (suites et séries). Intégrale dépendant d'un paramètre (continuité et dérivabilité)

#### **Ch. II. Intégrales multiples (3 séances)**

Intégrale d'une fonction sur un pavé. Théorème de Fubini et applications. Intégrales doubles et triples et changement de variables. Applications aux calculs des surfaces et des volumes

#### **Ch. III. Formes Différentielles (2 séances)**

Définitions et généralités des formes différentielles de degré 1, 2 dans  $\mathbb{R}^2$  et  $\mathbb{R}^3$ . Formes exactes et fermées. Théorème de Poincaré.

#### **Ch. IV. Intégrales curvilignes (2 séances)**

Longueur d'un arc, intégrale sur un chemin. Formule de Green–Riemann

#### **CH. V. Calcul d'intégrale par la méthode des résidus (4 séances)**

Définition d'une fonction holomorphe. Formule de Cauchy. Théorème de résidus.

### M22 : ALGÈBRE 5: Dualité, Espaces Euclidiens, Espaces Hermitiens

#### **Ch. I. Dualité (2 séances)**

Formes linéaires. Hyperplans. Bases duales en dimension finie. Bidual.

#### **Ch. II. Espaces Préhilbertiens réels (4 séances)**

Formes bilinéaires symétriques. Formes quadratiques. Orthogonalité. Rang. Noyau. Vecteurs isotropes. Sous-espaces orthogonaux.

Matrice d'une forme quadratique en dimension finie. Matrices congruentes.

Méthode de Gauss. Théorème de Sylvester.

#### **Ch. III. Espaces Euclidiens (4 séances)**

Produit scalaire. Orthogonalité. Bases orthogonales. Bases orthonormées.

Procédé d'orthogonalisation de Gram-Schmidt. Endomorphismes

orthogonaux. Endomorphismes symétriques. Formes quadratiques dans un espace euclidien.

#### **Ch. IV. Espaces Hermitiens (3 séances)**

Formes hermitienne. Produit scalaire hermitien. Orthogonalité. Adjoint.

Endomorphisme auto-adjoint. Endomorphismes unitaires. Endomorphismes Normaux. Diagonalisation.

## **M23 : ALGEBRE 6: Structures Algébriques**

### **Ch. I. Groupes (5 séances)**

Groupes, sous groupes, homomorphismes de groupes. Sous groupe engendré par une partie. Relations modulo un sous groupe. Théorème de Lagrange. Groupe cyclique. Sous groupes distingués et groupe quotient. Théorèmes d'isomorphismes pour les groupes. Groupe symétrique. Groupe alterné.

### **Ch. II. Anneaux et corps (5 séances)**

Anneaux. Eléments remarquables d'un anneau. Anneaux intègres. Sous anneaux. Idéaux. Homomorphismes d'anneaux. Anneaux quotients. Théorèmes d'isomorphismes pour les anneaux. Arithmétique des anneaux principaux. Corps. Sous corps. Caractéristique d'un corps ( $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{K}[\mathbb{Z}]$ ).

### **Ch. III. Polynômes à plusieurs indéterminées (3 séances)**

Construction de l'anneau de polynômes à coefficients dans un anneau. Polynômes à plusieurs indéterminées à coefficients dans un corps. Formules d'Euler et Formules de Taylor.

## **M24 : Analyse Numérique 1**

### **Ch. I. Introduction (2 séances)**

Principes du calcul numérique : Représentation approchée des nombres, incertitudes, calcul sur ordinateur.

### **Ch. II. Résolution numériques d'un système linéaire (4 séances)**

#### **A. Méthodes directes**

Méthodes de Gauss: Décomposition LU; Méthode de Cholesky

#### **B. Méthodes itératives**

Méthodes de Gauss-Seidel et de Jacobi ; Relaxation.

### **Ch. III. : Résolution numérique des équations non linéaires (3 séances)**

Approche graphique, méthode de dichotomie, méthode de la sécante, méthode de Newton, méthode de la fausse position, Convergence et ordre de convergence

### **Ch. IV. Interpolation polynomiale (2 séances)**

Méthode de Lagrange. Méthode de Newton côtes. Etude de l'Erreur.

### **Ch. V. Dérivation et Intégration numérique. (2 séances)**

Extrapolation de Richardson. Méthode des trapèzes. Méthode de Simpson.

### **M25 : Mécanique du solide (cours:18, TD:18; TP: 10)**

- Champs de vecteurs et torseurs
- Cinématique du solide
- Cinétique du solide
- Liaison mécanique
- Dynamique du solide
- Théorèmes généraux
- Travaux pratiques

### **M26 : Informatique 4: Structures des données**

- Structures de données et types abstraits
- Structures linéaires: listes, files et piles
- Structures arborescentes: arbres binaires, arbres binaire de recherche, tas, hachage, arbre équilibrée.
- Graphes: terminologie, représentation, algorithmes de parcours

# Contenu des Modules de S5

## M27 : Module de topologie

### Chapitre I : Espaces métriques

- Définition et exemples d'espaces métriques
- Boules, ouvert fermé et voisinage
- Suites et fonctions dans les espaces métriques
- Espace métrique complet
- Prolongement des applications uniformément continues
- Définitions de compact et caractérisation par le théorème de Bolzano Weirstrass
- Fonction continue sur un compact, théorème de Heine

### Chapitre II: Espaces topologiques

- Définition et exemples d'espaces topologiques
- Topologie induite : ouverts et fermés relatifs
- Intérieur, adhérence, frontière, point isolé, point d'accumulation
- Suites et fonctions dans les espaces topologiques
- Topologie produit
- Espaces compacts et localement compacts
- Espaces connexes

### Chapitre III: Quelques théorèmes d'analyse

- Théorème du point fixe de Banach , exemples d'application
- Famille équicontinue, théorème d'Ascoli
- Théorème de Stone Weirstrass

## M28 : Module d'Intégration

- Clans, tribus et mesures. Mesure de Lebesgue dans  $\mathbb{R}$  (comme conséquence d'un théorème de prolongement. Fonctions mesurables. Construction de l'intégrale. Fonctions intégrables.
- Théorèmes de convergences et applications (Convergence monotone, convergence dominée, intégrales dépendant d'un paramètre).
- Liens entre l'intégrale de Riemann et l'intégrale de Lebesgue. Tribu produit et mesure produit. Théorèmes de Fubini. Théorème de changement de variables. Complétude des espaces  $L_p$ .

## **M29 : Module de calcul différentiel**

### **Partie I : Espaces vectoriels normés et espaces de Banach**

- Définition et exemples d'espaces vectoriels normés
- Espaces vectoriels normés de dimension finie
- Applications linéaires continues
- Applications multilinéaires continues
- Définition et exemples d'espaces de Banach
- Séries dans les espaces vectoriels normés et caractérisation de la complétude

### **Partie II : Calcul différentiel dans les espaces de Banach**

- Définition et exemples d'applications différentiables
- Différentielle de la composée
- Différentielle d'une application à valeurs dans un espace produit
- Différentielle d'une application définie sur un espace produit, différentielle partielle
- Théorème des accroissements finis et ses applications
- Théorèmes des fonctions implicites et d'inversion locale
- Différentielle d'ordre supérieur
- Formules de Taylor
- Extremum

## **M30 : Module de Programmation Mathématique**

### **Chapitre 1 : Notions fondamentales (3 séances=4h30)**

- Introduction : Problème d'optimisation, Problème d'optimisation linéaire, Problème d'optimisation convexe, Problème d'optimisation non linéaire.
- Ensembles convexes dans  $\mathbb{R}^n$  : Définitions et propriétés, Exemples d'ensembles convexes, Opérations sur les ensembles convexes, Projection sur un ensemble convexe fermé et séparation de convexes.
- Fonctions convexes : Définitions et propriétés, Exemples de fonctions convexes, Opérations sur les fonctions convexes, Caractérisation des fonctions convexes

### **Chapitre 2 : Optimisation différentiable sans contraintes**

(2 séances=3h)

- Conditions d'optimalité : Définitions, Conditions d'optimalité du premier et du second ordre.
- Méthodes d'optimisation : Méthodes du premier ordre (Principe des méthodes de descente), Méthode du gradient.

### **Chapitre 3 : Optimisation différentiable avec contraintes (2 séances=3h)**

- Conditions d'optimalité du premier ordre : Hypothèse de qualifications, Conditions nécessaires de Karush-Kuhn-Tucker.

### **Chapitre 4 : Méthodes de résolutions pour les problèmes avec contraintes. (6 séances=9h)**

- Cas des problèmes linéaires (5 séances =7h30) : Définitions et propriétés, Principe de résolution géométrique, Caractérisation des points extrêmes d'un polyèdre, Théorèmes fondamentaux de la programmation linéaire (dualité comprise), La méthode du simplexe.
- Méthode des plans sécants de Kelley (1séance=1h30)

## **M31 : Module d'Analyse numérique 2**

(cours : 19h30, TD :10h30, TP : 12h)

### **Chapitre 1 : Résolution numérique d'un système d'équations non linéaires (3 séances) :**

Méthode de Newton et variantes, méthode de point fixe. Etude de la convergence.

Chapitre 2 Approximation de valeurs et vecteurs propres (4 séances):

Méthode de la puissance itérée, méthode de la puissance inverse, méthode QR. Etude des cas de matrices symétriques et des matrices tridiagonales.

Chapitre 3 Méthode des différences finies en dimension 1 et 2 (4 séances) :

Problème de Cauchy et problèmes aux limites.

Chapitre 4 Introduction à la méthode des éléments finis en dimension 1 ( 2 séances).

## **M32 : MODULE d'Informatique 5 :**

### **PROGRAMMATION ORIENTEE OBJETS (LANGAGE : JAVA ou C++)**

- Paradigme de programmation
- Introduction à la programmation orientée objets
- Notion de type abstrait
- Notions de classe et objets
- Concepts fondamentaux de l'orienté objets (encapsulation, abstraction de données)
- Interaction : Association, agrégation
- Réutiliser, étendre : Héritage, généricité
- Liaison dynamique : polymorphisme
- Application à un langage orienté objets (Java ou C++)