

AVIS DE SOUTENANCE DE THESE

En vue de l'obtention du **DOCTORAT EN SCIENCES**

Le Doyen de la Faculté des Sciences de Tétouan annonce que

Monsieur Rachid ECH-CHAOUY soutiendra une thèse intitulée

MODULES CO-SÉPARABLES ET QUELQUES NOTIONS ASSOCIÉES

Discipline: Mathématiques

Spécialité : Algèbre

Salle des soutenances, Faculté des Sciences de Tétouan

Le 28 Juillet 2021 à 10h00

Devant le jury composé de:

L'Moufadal BEN YAKOUB	FS-Tétouan, Université Abdelmalek Essaadi	Président
Najib MAHDOU	FST-Fès, Université S.M. Ben Abdellah	Rapporteur
Fouad ZITAN	FS-Tétouan, Université Abdelmalek Essaadi	Rapporteur
Farid KOURKI	CRMEF-Tanger (Larache)	Rapporteur
Elamin KAIDI	Faculté des Sciences, Almería	Invité
Mohamed LOUZARI	FS-Tétouan, Université Abdelmalek Essaadi	Examineur
Chahrazade BAKKARI	FS-Meknès, Université Moulay Ismail	Examinatrice
Rachid TRIBAK	CRMEF-Tanger	Co-Directeur
Abdelouahab IDELHADJ	FS-Tétouan, Université Abdelmalek Essaadi	Directeur

Résumé

Un module M est dit co-séparable, si pour tout sous-module U de M avec M/U de type fini, il existe un facteur direct V de M tel que $V \subseteq U$ et M/V est de type fini. Cette notion a été introduite par Griffith en 1968 dans les groupes abéliens et par Hiremath en 1978 dans la théorie des modules. Par ailleurs, une étude de Zöschinger caractérise les modules co-séparables sur un anneau de valuation discrète. Dans la présente thèse, nous poursuivons l'étude de ce type de modules. Notons que tout module libre est co-séparable. Ensuite, nous allons introduire et explorer les trois nouvelles notions suivantes : les modules m -co-séparables, les modules s -co-séparables et les modules A -séparables. La première est une généralisation de celle de modules co-séparables. La deuxième est une forme forte de la co-séparabilité. Tandis que la troisième est une propriété plus forte que la séparabilité. Notons que le terme "séparable" a été utilisé par plusieurs auteurs (citons par exemple, Baer, Fuchs, Griffith, Zöschinger et d'autres) dans différents contextes dans la théorie des groupes et la théorie des modules. Par exemple, selon Griffith, un groupe abélien G est dit séparable, si tout sous-groupe de type fini de G est contenu dans un facteur direct de type fini de G . La définition de Griffith a été étendue aux modules en 1979 par Zöschinger. Ainsi, un module M sur un anneau quelconque R est dit séparable si tout sous-module de type fini de M est contenu dans un facteur direct de type fini de M . C'est cette version de séparabilité que nous utiliserons tout au long de ce travail. Le premier exemple donné par Baer de modules séparables est le produit direct dénombrable de copies de $\mathbb{Z}$. La notion de modules co-séparables peut être considérée comme étant la notion duale de celle de modules séparables.

Pour illustrer nos propos, nous allons d'abord donner des exemples de ces quatre types de modules étudiés. Ensuite, comme pour n'importe quelle propriété algébrique, il est naturel d'examiner la question de l'hérédité de ces notions par les sous-modules, les facteurs directs, les modules quotients, les sommes directes et les produits directs. En outre, nous explorerons d'autres propriétés de base de ces modules. Ainsi, nous obtiendrons plusieurs résultats pour des modules sur un anneau quelconque. En plus, certains résultats seront améliorés dans le cas où l'anneau de base serait noethérien à droite. Nous allons aussi caractériser quelques classes d'anneaux au moyen de ces notions.

Mots clés : Anneaux noethériens, Anneaux réguliers, Modules libres, Modules A -séparables, Modules co-séparables, Modules m -co-séparables, Modules s -co-séparables, Modules projectifs, Modules complètement s -co-séparables, Sous-modules cofinis, Sous-modules maximaux.